

$$F_1 = F_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(2\sqrt{3} \cdot 10^{-9})(9 \cdot 10^{-6})}{1^2} \text{ N} \quad \text{ή}$$

$$F_1 = F_2 = 162\sqrt{3} \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

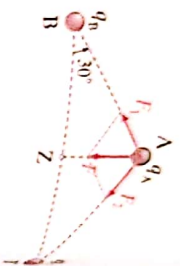
Οι δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία 120° , οπότε το μέτρο της συνισταμένης τους υπολογίζεται από τη σχέση

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos(120^\circ)} \quad \text{ή}$$

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\left(-\frac{1}{2}\right)} \quad \text{ή}$$

$$F = F_1 = F_2 = 162\sqrt{3} \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

Η $\vec{F}$ έχει διεύθυνση τη διεύθυνση της διχοτόμου της γωνίας $\hat{A}$, δηλαδή τη διεύθυνση της ΑΖ (κάθετη προς την πλευρά ΒΓ).



2.13 (Ασκηση Coulomb μετά την ετήση) Δύο μεταλλικές σφαίρες

Α και Β ίδιας ακτίνας βρίσκονται στον αέρα και είναι φορτισμένες με φορτία $q_A = +3 \mu\text{C}$ και $q_B = -5 \mu\text{C}$ αντίστοιχα. Φέρνουμε τις σφαίρες σε απόσταση $r = 3 \text{ m}$ μεταξύ τους (απόσταση των κέντρων τους).

α) Να βρείτε τη δύναμη που δέχεται κάθε σφαίρα από την άλλη.

β) Αν τις σφαίρες τις φέρουμε σε επαφή και στη συνέχεια τις τοποθετήσουμε και πάλι σε απόσταση $r = 3 \text{ m}$ μεταξύ τους, πόση θα είναι η δύναμη που θα δέχεται κάθε σφαίρα από την άλλη; Δίνεται: $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.

Λύση:

α) Το φορτίο των σφαιρών είναι επιρροή, οπότε οι δυνάμεις $\vec{F}_A$ και $\vec{F}_B$ θα υπολογιστούν μεταξύ τους θα είναι ελκτικές. Από τον νόμο του Coulomb παίρνουμε:

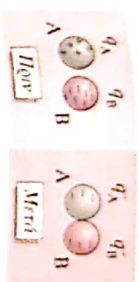
$$F_A = F_B = k \frac{|q_A \cdot q_B|}{r^2} \quad \text{ή}$$

$$F_A = F_B = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(3 \cdot 10^{-6})(5 \cdot 10^{-6})}{3^2} \text{ N} \quad \text{ή}$$

$$\vec{F}_A = \vec{F}_B = 15 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$



$$F_A = F_B = k \frac{|q_A \cdot q_B|}{r^2}$$



Αφού διατήρησης του ηλεκτρικού φορτίου:

$$q_{\text{ολ}(new)} = q_{\text{ολ}(old)} \quad \text{ή}$$

$$q_A + q_B = q'_A + q'_B$$

β) Όταν τις σφαίρες τις φέρουμε σε επαφή, ελκτικό ηλεκτρικό κινούνται, μέχρι της στιγμής, από τη σφαίρα Β έλκεται περισσότερο ελκτικό ηλεκτρικό στην Α (έχει ελκτικό ελκτικό ηλεκτρικό), μέχρι οι σφαίρες να αποκτήσουν ίση φορτία (όσοι έχουν ίσες ακτίες).

Αν $q'_A = q'_B$ τη τελική φορτία των σφαιρών, από την αρχή διατήρησης του ηλεκτρικού φορτίου (το σύνολο των δύο σφαιρών το θεωρούμε ηλεκτρικά μονωμένο, δηλαδή οι σφαίρες δεν έρχονται σε επαφή με άλλα στοιχεία) παίρνουμε:

$$q_{\text{ολ}(new)} = q_{\text{ολ}(old)} \quad \text{ή} \quad q_A + q_B = q'_A + q'_B \quad \text{ή}$$

$$+3 \cdot 10^{-6} \text{ C} + (-5 \cdot 10^{-6} \text{ C}) = 2q'_A \quad \text{ή}$$

$$-2 \cdot 10^{-6} \text{ C} = 2q'_A \quad \text{ή} \quad q'_A = q'_B = -1 \mu\text{C}$$

(Το ηλεκτρικό πρόσημο το περιμένουμε, διότι το αρχικό ολικό φορτίο είναι αρνητικό.)

Όταν τις σφαίρες τις φέρουμε σε απόσταση r μεταξύ τους, επειδή τότε είναι ομοσημα φορτισμένες, οι δυνάμεις θα είναι αποσπαστικές και το μέτρο τους δίνεται από τη σχέση

$$F'_A = F'_B = k \frac{|q'_A \cdot q'_B|}{r^2} \quad \text{ή}$$

$$F'_A = F'_B = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-6} \cdot 10^{-6}}{3^2} \text{ N} \quad \text{ή} \quad F'_A = F'_B = 10^{-3} \text{ N}$$

Βασικές ασκήσεις

Η ηλεκτρική σταθερά $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ θεωρείται γνωστή σε όλες τις ασκήσεις.

2.14 Δύο μικρές σφαίρες με φορτία $q_A = -1 \mu\text{C}$ και $q_B = +100 \text{ nC}$ βρίσκονται σε απόσταση $r = 3 \text{ m}$ μεταξύ τους στον αέρα.

α) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που δέχεται κάθε σφαίρα από την άλλη. Γιατί αυτές οι δυνάμεις έχουν τον μέτρο;

β) Να υπολογίσετε το μέτρο κάθε δύναμης.

2.15 Δύο σημειακά φορτία $q_1 = q_2 = -4 \cdot 10^{-3} \mu\text{C}$

2.16 Μεταξύ δύο ίσων σημειακών φορτίων q που

• Οι σφαίρες των θεμάτων προς ανάλυση βρίσκονται στο τέλος του βιβλίου.

βρίσκονται στον αέρα ασκείται δύναμη μέτρου $F = 10^{-3} \text{ N}$. Αν τα φορτία απέχουν απόσταση $d = 3 \text{ m}$ μεταξύ τους, να βρείτε το q .

2.17 Δύο ετερόσημα σημειακά φορτία q_1 και q_2 βρίσκονται στον αέρα σε απόσταση $r = 4 \text{ m}$ μεταξύ τους και έλκονται με δύναμη F .

α) Πόση πρέπει να γίνει η μεταξύ τους απόσταση, έτσι τους να γίνει η μεταξύ τους απόσταση $\frac{F}{2}$, ώστε η δύναμη να γίνει $\frac{F}{2}$;

β) Αν η απόσταση μεταξύ των φορτίων γίνει $r'' = 1 \text{ m}$, πόσο γίνεται το μέτρο της ηλεκτρικής δύναμης μεταξύ των φορτίων;

2.18 Σημειακό φορτίο $q_1 = +9 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ βρίσκεται σε απόσταση $d = 4 \text{ cm}$ από άλλο σημειακό φορτίο q_2 . Το φορτίο q_2 δέχεται από το q_1 ηλεκτρική δύναμη μέτρου $F = 54 \cdot 10^{-5} \text{ N}$.

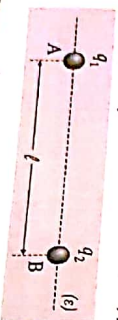
α) Πόση δύναμη δέχεται το q_1 από το q_2 ;
β) Να βρείτε το είδος και την ποσότητα του φορτίου q_2 .

2.19 Δύο ίσα σημειακά φορτία $q_1 = q_2 = q$, που βρίσκονται στον αέρα και απέχουν απόσταση $d_1 = 3 \text{ m}$ μεταξύ τους, αποδίδονται με δύναμη μέτρου $F_1 = 50 \text{ N}$.

α) Με πόση δύναμη αποδίδονται τα φορτία όταν απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d_2 = 5 \text{ m}$;

Ισορροπία φορτισμένου σωματιδίου

2.22 Δύο σημειακά ηλεκτρικά φορτία q_1 και q_2 βρίσκονται ακλόνητα στα σημεία Α και Β αντίστοιχα μιας ευθείας (ε). Αν $(AB) = \ell = 6 \text{ m}$, να βρείτε



σε ποιο σημείο της ευθείας (ε) πρέπει να τοποθετήσουμε ένα σημειακό φορτίο $+q$, ώστε αυτό να ισορροπεί όταν:

- $q_1 = +4 \mu\text{C}$ και $q_2 = +16 \mu\text{C}$,
- $q_1 = -4 \mu\text{C}$ και $q_2 = +16 \mu\text{C}$.

β) Πόση πρέπει να είναι η απόσταση μεταξύ των φορτίων για να αποδίδονται με δύναμη μέτρου $F_3 = 200 \text{ N}$;

2.20 Δύο σφαίρες Α και Β που βρίσκονται στον αέρα έχουν φορτία $q_A = q_B = +2 \mu\text{C}$ ομοιόμορφα κατανεμημένα και ακτίνες $R_1 = R_2 = 0,1 \text{ m}$. Αν η



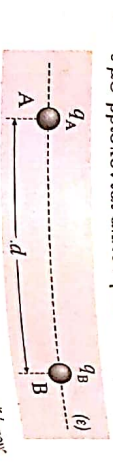
μικρότερη απόσταση μεταξύ των σφαιρών είναι $d = 0,8 \text{ m}$, να βρείτε τη δύναμη που ασκεί η μία σφαίρα στην άλλη.

2.21 Δύο μικρές σφαίρες Α και Β βρίσκονται στον αέρα, έχουν φορτία $q_A = -20 \mu\text{C}$ και $q_B = +40 \mu\text{C}$ αντίστοιχα και απέχουν $r = 3 \text{ m}$ μεταξύ τους.

α) Πόση είναι η ηλεκτρική δύναμη F μεταξύ των σφαιρών;

β) Πόσα ηλεκτρόνια πρέπει να πάρει η σφαίρα Β, ώστε η ηλεκτρική δύναμη μεταξύ των σφαιρών να είναι πάλι F όταν τις φέρουμε σε απόσταση $r' = \frac{3}{2} \text{ m}$ μεταξύ τους;

Δίνονται: $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.



2.23 Δύο σημειακά φορτία $q_A = +25 \mu\text{C}$ και $q_B = -9 \mu\text{C}$ βρίσκονται ακλόνητα στα σημεία Α και Β μιας ευθείας (ε) και απέχουν $d = 12 \text{ m}$ μεταξύ τους.

α) Αν ένα αρνητικό σημειακό φορτίο $-q$ τοποθετήσουμε ανάμεσα στα Α και Β, υπάρχει περίπτωση να ισορροπεί; Να αιτιολογήσετε τη απάντησή σας.

β) Σε ποιο σημείο δεξιά του Β και πάνω στην ευθεία (ε) πρέπει να τοποθετήσουμε ένα σημειακό φορτίο $-q$ ώστε αυτό να ισορροπεί;

2.24 Στα σημεία Α και Β μιας ευθείας (ε) βρίσκονται ακλόνητα δύο σημειακά φορτία $q_1 = -8 \mu\text{C}$ και $q_2 = +2 \mu\text{C}$ σε απόσταση $r = (AB) = 3 \text{ m}$ μεταξύ τους. Ένα σημειακό φορτίο $q = +1 \mu\text{C}$:

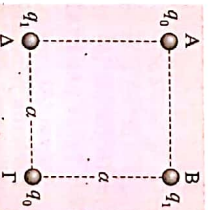
α) το τοποθετούμε ανάμεσα στο Α και στο Β. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που δέχεται από τα φορτία q_1 και q_2 . Υπάρχει περίπτωση να ισορροπεί σε κάποια θέση; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



β) το τοποθετούμε αριστερά του Α (πάνω στην ευθεία (ε)). Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που δέχεται από τα φορτία q_1 και q_2 . Υπάρχει περίπτωση να ισορροπεί; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

γ) το τοποθετούμε δεξιά του Β (πάνω στην ευθεία (ε)). Να βρείτε σε ποια θέση ισορροπεί.

2.25 Στις κορυφές τετραγώνου ΑΒΓΔ βρίσκονται τέσσερα σημειακά φορτία με $q_A = q_B = q_C = q_D = +1 \mu\text{C}$, $q_A = q_B = q_C = q_D = q_1$. Να βρείτε το πρόσημο και την ποσότητα του φορτίου q_1 , ώστε τα φορτία στις κορυφές Β και Δ να ισορροπούν.



Συνιστάμενη δύναμη Coulomb

2.28 Στις θέσεις Κ, Α και Μ μιας ευθείας (ε) βρίσκονται τα σημειακά φορτία $q_1 = +4 \mu\text{C}$, $q_2 = -10 \mu\text{C}$ και $q_3 = -20 \mu\text{C}$ αντίστοιχα. Αν $(KA) = 3 \text{ m}$ και $(AM) = 6 \text{ m}$:



α) να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που δέχεται το q_2 από τα q_1 και q_3 .

β) να βρείτε τη συνιστάμενη δύναμη που ασκείται στο q_2 από τα άλλα δύο φορτία.

2.29 Δύο σημειακά φορτία $q_1 = -3 \mu\text{C}$ και $q_2 = +2 \mu\text{C}$ βρίσκονται στον αέρα σε απόσταση $r = 2 \text{ m}$ μεταξύ τους. Σημειακό φορτίο $q = +1 \mu\text{C}$

2.26 Στα σημεία Α και Β μιας ευθείας (ε) τοποθετούμε δύο μικρές σφαίρες που έχουν φορτία $q_A =$

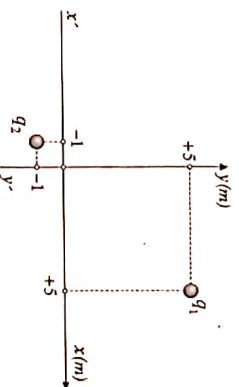


$= q_B = +20 \mu\text{C}$. Στο μέσο του ΑΒ τοποθετούμε άλλη μικρή σφαίρα Γ με φορτίο αρνητικό.

α) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σφαίρα. Ποιες από τις δυνάμεις αυτές έχουν σχέση δράσης-αντίδρασης;

β) Για ποια τιμή του φορτίου της σφαίρας Γ και οι τρεις σφαίρες ισορροπούν;

2.27 Το φορτίο $q_1 = -4 \mu\text{C}$ βρίσκεται στο σημείο με συντεταγμένες $x = +5 \text{ m}$, $y = +5 \text{ m}$ και το φορτίο $q_2 = -1 \mu\text{C}$ βρίσκεται στο σημείο με συντεταγμένες $x = -1 \text{ m}$, $y = -1 \text{ m}$.



Πού πρέπει να τοποθετηθεί ένα τρίτο φορτίο q_3 , ώστε να ισορροπεί; Τα φορτία θεωρούνται σημειακά.

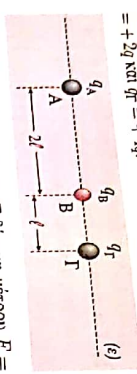
Συνδυαστικά θέματα

τοποθετούν στο μέσο της απόστασης μεταξύ των δύο φορτίων.

α) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο φορτίο q από τα άλλα δύο φορτία.

β) Να βρείτε τη συνισταμένη δύναμη που δέχεται το φορτίο q .

2.30 Οι τρεις σημειακές σφαίρες A , B και Γ του σχήματος έχουν αντίστοιχα φορτία $q_A = +q$, $q_B = +2q$ και $q_\Gamma = +4q$.



Αν η σφαίρα A ασκεί στη Γ δύναμη μέτρου $F = 8\text{ N}$:

α) να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα B από τις σφαίρες A και Γ .

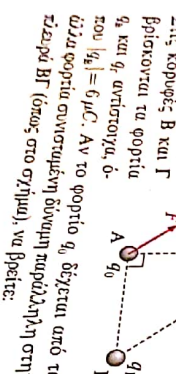
β) να βρείτε τη δύναμη που δέχεται συνολικά η σφαίρα B .

2.31 Τα σημειακά φορτία $q_1 = +4\mu\text{C}$, $q_2 = +3\sqrt{2}\mu\text{C}$, $q_3 = +1\mu\text{C}$ και $q_4 = -\sqrt{2}\mu\text{C}$ είναι τοποθετημένα στις κορυφές τετραγώνου $AB\Gamma\Delta$ πλευράς $a = 3\text{ m}$.

α) Να σχεδιάσετε και να υπολογίσετε τις δυνάμεις που δέχεται το φορτίο q_1 από τα άλλα τρία φορτία.

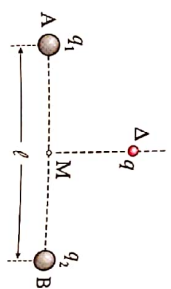
β) Να υπολογίσετε τη συνολική δύναμη που δέχεται το φορτίο q_1 .

2.32 Στην κορυφή A ορθογώνιου τριγώνου $AB\Gamma$ με μήκη πλευρών $(A\Gamma) = 6\text{ cm}$ και $(AB) = 8\text{ cm}$ βρίσκονται τα φορτία $q_A = +5\mu\text{C}$, q_B και q_Γ αντίστοιχα, όπου $|q_B| = 6\mu\text{C}$. Αν το φορτίο q_B δέχεται από τα άλλα φορτία συνισταμένη δύναμη παράλληλη στην πλευρά $B\Gamma$ (όπως στο σχήμα), να βρείτε:



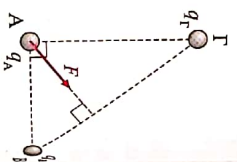
α) τα πρόσημα των q_B και q_Γ ,
β) το φορτίο q_Γ ,
γ) τη δύναμη $\vec{F}$.
Τα φορτία θεωρούνται σημειακά.

2.33 Δύο σημειακά φορτία $q_1 = +1\mu\text{C}$ και $q_2 = -1\mu\text{C}$ βρίσκονται σε απόσταση $\ell = 6\text{ m}$ μεταξύ τους. Σε σημείο Δ , που βρίσκεται στη μεσοκάθετο AM του AB , τοποθετούμε ένα σημειακό φορτίο q .



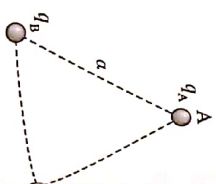
$= +1\mu\text{C}$. Αν $(AM) = 3\text{ m}$, να βρείτε τη συνολική δύναμη που δέχεται το q από τα άλλα δύο φορτία.

2.34 Στις κορυφές A , B και Γ του ορθογώνιου τριγώνου του σχήματος βρίσκονται τα σημειακά φορτία $q_A = +4\mu\text{C}$, q_B με $|q_B| = 6\mu\text{C}$ και q_Γ αντίστοιχα. Οι πλευρές του τριγώνου έχουν μήκη $(AB) = 3\text{ m}$ και $(A\Gamma) = 4\text{ m}$. Αν η διεύθυνση της συνισταμένης δύναμης που δέχεται το φορτίο q_A από τα φορτία q_B και q_Γ είναι κάθετη στην πλευρά $B\Gamma$, να βρείτε:



α) τα πρόσημα των q_Γ και q_B ,
β) το φορτίο q_Γ ,
γ) τη δύναμη $\vec{F}$.

2.35 Στις κορυφές ισόπλευρου τριγώνου $AB\Gamma$ πλευράς $a = 3\text{ m}$ βρίσκονται τρία σημειακά ηλεκτρικά φορτία $q_A = -1\mu\text{C}$, $q_B = +1\mu\text{C}$ και $q_\Gamma = +1\mu\text{C}$. Να βρείτε τη διεύθυνση και το μέτρο της συνολικής δύναμης που δέχεται το φορτίο q_A .



2.36 Δύο ίδιες, μικρές, μεταλλικές σφαίρες με φορτία $q_1 = +30\mu\text{C}$ και $q_2 = +10\mu\text{C}$ βρίσκονται στον αέρα και σε απόσταση $r = 3\text{ m}$ μεταξύ τους.

α) Πόση δύναμη ασκεί η μία σφαίρα στην άλλη;

β) Αν φέρουμε σε επαφή τις παραπάνω δύο σφαίρες και στη συνέχεια τις απομακρύνουμε, να βρείτε σε ποια απόσταση μεταξύ τους πρέπει να τις τοποθετήσουμε, ώστε η δύναμη που ασκούν η μία στην άλλη να είναι ίδια με εκείνη στο (α) ερώτημα.

2.37 Δύο ίδιες, μικρές, μεταλλικές σφαίρες A και B βρίσκονται στον αέρα και είναι φορτισμένες με φορτία $q_A = +40\mu\text{C}$ και $q_B = +20\mu\text{C}$ αντίστοιχα.

α) Όταν τα κέντρα των σφαιρών είναι σε απόσταση $r = 3\text{ m}$ μεταξύ τους, να βρείτε τη μεταξύ των σφαιρών αποσπαστική δύναμη F .

β) Φέρνουμε τις σφαίρες σε επαφή.

i) Ποια είναι τα νέα φορτία που θα αποκτήσουν; Σε ποια αρχή της φυσικής στηρίζεται για να υπολογίσετε τα νέα φορτία των σφαιρών;

ii) Πόσα ελεύθερα ηλεκτρόνια πέρσαν από τη μία σφαίρα στην άλλη στο σημείο επαφής; Από ποια σφαίρα σε ποια κινήθηκαν τα ηλεκτρόνια;

iii) Σε ποση απόσταση r' πρέπει να φέρουμε τα κέντρα των σφαιρών, ώστε η αποσπαστική δύναμη μεταξύ των σφαιρών να είναι πάλι F ;

Δίνεται: $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19}\text{ C}$.



2.38 Οι δύο σημειακές σφαίρες A και B του διπλανού σχήματος απέχουν $r = 50\text{ cm}$ μεταξύ τους, έχουν μάζες $m_A = 2\text{ g}$ και $m_B = 3\text{ g}$ και φορτία $q_A = +1\mu\text{C}$ και q_B αντίστοιχα. Οι σφαίρες βρίσκονται πάνω σε οριζόντια επιφάνεια και αφήνονται ελεύθερες. Αν τη στιγμή που αφήνονται η σφαίρα A έχει επιτάχυνση μέτρου $a_A = 40\text{ m/s}^2$, να βρείτε:

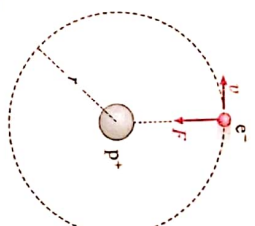
α) την επιτάχυνση της σφαίρας B εκείνη τη στιγμή,
β) το φορτίο q_B , αν θεωρήσουμε ότι είναι θετικό.

Τριβές και δυνάμεις πυρήσιμους ελξης παραλείπουμε.

2.39 Το ηλεκτρόνιο του ατόμου του υδρογόνου κινείται σε τροχιά με ακτίνα $r = 6 \cdot 10^{-11}\text{ m}$.

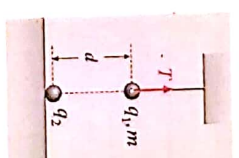
Να υπολογίσετε:

α) τη δύναμη Coulomb μεταξύ πυρήνα και ηλεκτρονίου,
β) την ταχύτητα περιφοράς του ηλεκτρονίου,
γ) τη συχνότητα περιφοράς του ηλεκτρονίου.



Δίνονται: $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19}\text{ C}$, $m_e = 10^{-30}\text{ kg}$.

2.40 Μικρή σφαίρα μάζας $m = 10^{-1}\text{ kg}$ και φορτίου $q_1 = +5\mu\text{C}$ είναι κρεμασμένη από λεπτό νήμα. Μια άλλη μικρή σφαίρα, η οποία έχει φορτίο $q_2 = +1\mu\text{C}$, τοποθετείται στην κατακόρυφο που περνά από την πρώτη σφαίρα και σε απόσταση $d = 30\text{ cm}$ κάτω από αυτήν.



α) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που δέχεται η φορητή σφαίρα φορτίου q_1 .

β) Να βρείτε την τάση $\vec{T}$ του νήματος.
Δίνεται: $g = 10\text{ m/s}^2$.

2.41 Μικρό σφαίριδιο Σ_1 μάζας $m = 9 \cdot 10^{-2}\text{ kg}$ και θετικού φορτίου q κρέμεται με νήμα μήκους $\ell = 0,5\text{ m}$. Φέρνουμε στη θέση ισορροπίας του σφαιριδίου ένα άλλο μικρό σφαίριδιο Σ_2 , με φορτίο αντίσης q , χωρίς τα σφαίρια να έρθουν σε επαφή. Τότε το σφαίριδιο Σ_1 απομακρύνεται από την αρχική του θέση και το νήμα σχηματίζει τελικά γωνία $\phi = 60^\circ$ με την κατακόρυφο που περνά από το σημείο εξάρτησής του.

α) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σφαίριδιο Σ_1 .

β) Να βρείτε το φορτίο q .
Δίνεται: $g = 10\text{ m/s}^2$.